

## Процедура экзамена

1. На момент начала экзамена каждый студент имеет от 0 до 50 баллов за практическую часть дисциплины (за работу в семестре на практических занятиях), предоставленный преподавателем практики.
2. Первый этап экзамена – письменная работа, состоящая из 10 вопросов, длящаяся 1 час (60 минут). Каждый ответ оценивается максимально в 5 баллов. По окончании первого этапа каждый студент имеет в сумме от 0 до 100 баллов.
3. В зависимости от количества набранных баллов, студенты делятся на три группы:
  - получившие «неудовлетворительно»,
  - получившие «удовлетворительно» без права повышения
  - имеющие право получить «удовлетворительно» или претендовать на более высокую оценку, пройдя второй этап экзамена.

Количество баллов, необходимое для попадания во вторую и третью группы, будет объявлено вместе с результатами первого этапа экзамена.

**ВАЖНО!** Студенты, получившие оценку «удовлетворительно», должны будут **ЛИЧНО** прийти с зачеткой в день устного экзамена своей группы.

4. Второй этап – устный экзамен, состоит из 2 вопросов. Результатом второго этапа может стать любая оценка (в том числе «неудовлетворительно»). Помимо вопросов в билете может быть задано произвольное количество дополнительных вопросов по всему курсу. Студентам, получившим право претендовать на оценку «отлично», будет предложена задача.
5. **ВАЖНО!** Второй этап начинается в 10:00 для всех групп, сдающих экзамен в соответствующий день.

## Примечания

1. Первый этап экзамена состоится в среду, 22 декабря 2021 в 6 корпусе (в 17:20, аудитория будет уточнена дополнительно). Для каждой группы результаты 1 этапа будут опубликованы не позднее, чем за день до устного экзамена.
2. При себе во время экзамена можно иметь **ТОЛЬКО** ручки (листы для чистовиков и черновики будут выданы). Любые несанкционированные источники информации влекут в случае их обнаружения оценку «неудовлетворительно».
3. Во время первого этапа использование внешних источников информации не допускается.
4. Перед началом второго этапа все письменные источники информации (только бумажные!) собираются на первой парте. К ним можно подойти в любой момент, со следующими ограничениями: подходить можно строго по одному, читать можно только стоя, при себе **НЕЛЬЗЯ** иметь письменные принадлежности, а также любые электронные средства копирования информации.
5. **ЛЮБАЯ** попытка использования телефона, планшета, ноутбука и т.п. во время экзамена влечет немедленную оценку «неудовлетворительно».
6. Все вопросы второго этапа требуют доказательств.
7. Вопросы первого этапа доказательств не требуют, кроме тех, в которых это требование явно присутствует.
8. Для первого этапа: каждое определение должно быть проиллюстрировано минимум двумя примерами, даже если слов “приведите пример” в формулировке вопроса нет.
9. Примеры, приводимые в работе, не могут быть скопированы из лекций.
10. Любой вопрос может быть дополнен заданием привести пример с указанными параметрами или решить задачу стандартного типа.
11. В вопросах типа “сделайте то-то на данном объекте” подразумевается, что объект будет задан в билете.
12. Части некоторых вопросов могут быть переставлены.

# Вопросы к экзамену по дисциплине «Комбинаторика и теория графов»

Лектор Казакевич В.Г.  
Группы 0303, 0304, 0381, 0382, 0383.

## Вопросы первого этапа

1. Определение бинарного отношения. Свойства бинарных отношений: рефлексивность — определение. Приведите пример и контрпример.
2. Определение бинарного отношения. Свойства бинарных отношений: арелефлексивность — определение. Приведите пример и контрпример.
3. Определение бинарного отношения. Свойства бинарных отношений: симметричность — определение. Приведите пример и контрпример.
4. Определение бинарного отношения. Свойства бинарных отношений: антисимметричность — определение. Приведите пример и контрпример.
5. Определение бинарного отношения. Свойства бинарных отношений: асимметричность — определение. Приведите пример и контрпример.
6. Определение бинарного отношения. Свойства бинарных отношений: транзитивность — определение. Приведите пример и контрпример.
7. Определение бинарного отношения. Способы задания бинарных отношений: аналитическое задание. Примеры.
8. Определение бинарного отношения. Способы задания бинарных отношений: задание матрицей. Примеры.
9. Определение бинарного отношения. Способы задания бинарных отношений: задание графом. Примеры.
10. Определение бинарного отношения. Типы бинарных отношений: отношение толерантности — определение. Свойства матрицы и графа такого бинарного отношения.
11. Определение бинарного отношения. Типы бинарных отношений: отношение эквивалентности — определение. Свойства матрицы и графа такого бинарного отношения.
12. Определение бинарного отношения. Типы бинарных отношений: отношение предпорядка — определение. Свойства матрицы и графа такого бинарного отношения.
13. Определение бинарного отношения. Типы бинарных отношений: отношение частичного порядка — определение. Свойства матрицы и графа такого бинарного отношения.
14. Определение бинарного отношения. Типы бинарных отношений: отношение линейного порядка — определение. Свойства матрицы и графа такого бинарного отношения.
15. Определение бинарного отношения. Типы бинарных отношений: отношение строгого порядка — определение. Свойства матрицы и графа такого бинарного отношения.
16. Определение бинарного отношения. Понятия замыкания относительно свойства — определение. Рефлексивное замыкание.
17. Определение бинарного отношения. Понятия замыкания относительно свойства — определение. Симметричное замыкание.
18. Определение бинарного отношения. Понятия замыкания относительно свойства — определение. Транзитивное замыкание.
19. Матрица достижимости — определение, связь с транзитивным замыканием.
20. Применим ли к данному бинарному отношению алгоритм topsort? Если да — примените, если нет — обоснуйте.

21. Определение графа. Способы задания графа: бинарное отношение. Проиллюстрируйте примерами для неорграфа и орграфа.
22. Определение графа. Способы задания графа: матрица смежности. Проиллюстрируйте примерами для неорграфа и орграфа.
23. Определение графа. Способы задания графа: матрица инцидентности. Проиллюстрируйте примерами для неорграфа и орграфа.
24. Определение графа. Способы задания графа: список инцидентности. Проиллюстрируйте примерами для неорграфа и орграфа.
25. Определение графа. Обход в глубину.
26. Определение графа. Обход в ширину.
27. Понятие степени вершины для ориентированного и неориентированного графов.
28. Определение пути в графе. Типы путей: открытый, замкнутый. Каждый тип проиллюстрируйте примером.
29. Определение пути в графе. Типы путей: простой путь, цепь, цикл. Каждый тип проиллюстрируйте примером.
30. Связность для неориентированного графа — определение. Алгоритм выделения компонент связности в неориентированном графе.
31.  $k$ -связность для неориентированного графа — определение. Алгоритм выделения мостов в неориентированном графе.
32. Связность в ориентированном графе: слабая и сильная связность. Примеры. Алгоритм Косарайю и Шарира.
33. Граф Герца — определение, свойства. Приведите пример графа, граф Герца для которого будет обладать заданным набором характеристик.
34. Эйлеров цикл — определение. Критерий эйлеровости для орграфа и для неорграфа.
35. Эйлеров граф — определение. Алгоритм Флери.
36. Эйлеров путь — определение. Критерий полуэйлеровости для орграфа и для неорграфа.
37. Полуэйлеров граф — определение. Алгоритм на списках инцидентности.
38. Граф де Брюина — определение, примеры.
39. Гамильтонов цикл — определение. Теорема Оре.
40. Полугамильтонов граф — определение. Теорема Дирака.
41. Гамильтонов путь — определение. Турнир — определение, пример.
42. Гамильтонов граф — определение. Теорема Редди-Камиона.
43. Дерево, лес — определения. Свойства деревьев (не меньше 4).
44. Остовное дерево, остовный лес — определения. Код Прюфера. Восстановите дерево по данному коду Прюфера.
45. Главный цикл — определение. Разложите данный замкнутый путь в данном графе в сумму главных циклов.
46. Задача о максимальном потоке в сети — постановка задачи. Постройте максимальный поток в данной сети при помощи данного алгоритма.
47. Как связаны задача о максимальном потоке и минимальный разрез? Проиллюстрируйте примером.
48. Клика — определение. Приведите пример графа с данной максимальной кликой.

49. Независимое множество — определение. Приведите пример графа с данным максимальным независимым множеством.
50. Как связаны понятия клики и независимого множества? Приведите пример графа с данными максимальной кликой и независимым множеством или докажите, что это невозможно.
51. Плоский граф — определение. Приведите примеры: плоского графа, планарного, но не плоского графа, непланарного графа, обоснуйте..
52. Двудольный граф — определение. Критерий двудольности. Приведите пример двудольного графа с заданными характеристиками.
53. Максимальное и наибольшее паросочетание — определения, примеры, иллюстрирующие различие между этими понятиями. Приведите пример с заданными характеристиками.
54. Метрические характеристики графа — определения. Приведите пример графа с заданным набором метрических характеристик.
55. Правильная вершинная раскраска графа — определение. Хроматическое число — определение. Приведите пример графа с данным хроматическим числом (и некоторым заданным набором характеристик).
56. Хроматический многочлен графа — определение. Свойства (не меньше 5).
57. Дан хроматический многочлен графа. Восстановите максимально возможное количество информации о графе.
58. Реберно-взвешенный граф — определение. Минимальное остовное дерево — определение. Алгоритм Прима.
59. Реберно-взвешенный граф — определение. Минимальное остовное дерево — определение. Алгоритм Краскала.
60. Сколько минимальных остовных деревьев существует в данном графе? Ответ обоснуйте.
61. Кратчайший путь в реберно-взвешенном графе — определение. Критерий корректности задачи о нахождении кратчайшего пути.
62. Алгоритм Дейкстры — постановка задачи, описание, пример.
63. Алгоритм Форда-Беллмана — постановка задачи, описание, пример.
64. Алгоритм Флойда — постановка задачи, описание, пример.
65. Алгоритм Джонсона — постановка задачи, описание, пример.
66. Вопросы типа “приведите пример с указанными параметрами”.
67. Вопросы типа «решение стандартной задачи из рассматривавшихся в курсе».

## Вопросы второго этапа

1. Бинарные отношения: определения, свойства, примеры. Отношения толерантности и эквивалентности.
2. Отношения предпорядка и порядка. Topsort.
3. Замыкание бинарного отношения. Транзитивное замыкание: матрица достижимости, алгоритм Уоршелла.
4. Метрические характеристики графа.
5. Связность для неориентированного графа.  $k$ -связность. Выделение компонент связности и мостов.
6. Связность для ориентированного графа. Слабая и сильная связность. Алгоритм Косарайю и Шарира. Граф Герца.
7. Эйлеровость и полужэйлеровость.
8. Гамильтоновость и полугамильтоновость.
9. Деревья.
10. Остовные деревья. Разложение замкнутого пути в сумму главных циклов, минимальные остовные деревья.
11. Задача о максимальном потоке. Алгоритмы Форд-Фалкерсоновского семейства.
12. Задача о максимальном потоке. Минимальный разрез. Проталкивание предпотока.
13. Цикломатическое число. Теорема Эйлера. Плоские и планарные графы.
14. Двудольные графы.
15. Клики и независимые множества. Алгоритм Брона-Кербоша.
16. Хроматика.
17. Задача о кратчайших путях от фиксированной вершины.
18. Задача обо всех кратчайших путях.